Задача A. Тура

Можна побачити, що відповідь — це $n + m - 2$.

Задача B. Координати

В цій задачі достатньо підставити значення в формулу. Варто замітити, що $\left(\sqrt{x}\right)^2 = x$, отже $\left(\sqrt{(x-0)^2 + (y-0)^2 + (z-0)^2}\right)^2 = x^2 + y^2 + z^2$.

Задача C. Приготуйте домашнє завдання

Автор: **Тимкович Олександр**
Підготували: **Тимкович Олександр**
Розбір: **Тимкович Олександр**

Давайте перевіримо, чи Сакурако встигне зробити своє домашнє завдання. Їй залишилось $b - c$ хвилин, щоб закінчити його. Це тому, що вона вже вчилася вчора c хвилин.

Кінцева перевірка виглядає як $b - c \leqslant a$. Якщо це правда, то Сакурако встигне до уроку.

Задача D. М'ячі та контейнери

Автор: **Тимкович Олександр**
Підготували: **Тимкович Олександр**
Розбір: **Тимкович Олександр**

Давайте розглянемо кінцевий стан контейнерів. У кожному контейнері повинна бути однакова кількість кульок, нехай ця кількість це x, тобто кінцевий стан це $[x, x, x]$.

Зверніть увагу, що після того, як ми робимо одну операцію, то сумарна кількість кульок залишається такою самою. В кінцевому стані ми маємо $[x, x, x]$, що означає, що наша загальна кількість кульок $3x$. А це означає, що $a + b + c$ повинно ділитися на 3. Якщо це не так, то відповідь -1.

Також цікавий факт, що $x = \frac{a+b+c}{3}$, якщо відповідь існує.

Відповідь на задачу — це $\frac{1}{2}(|x-a| + |x-b| + |x-c|)$. Потрібно зробити $|x-a|$ операцій з першим контейнером (ми або переставляємо з контейнера в якийсь інший або доставляємо в нього). Такою самою ідеєю, ми отримуємо $|x-b|$ та $|x-c|$. Також, не забувайте що однією операцією ми міняємо одразу два стани, тому це все потрібно розділити на 2.

Задача E. Сакурако запізнилася

Автори: **Тимкович Олександр, Фейса Богдан**
Підготував: **Фейса Богдан**
Розбір: **Фейса Богдан**

Можливо довести, що нам **завжди** вигідно рухатись вперед, коли ми це можемо зробити.

Припустимо, що це не так, тоді Сакурако не буде рухатись вперед і світлофор стане червоним, через що їй доведеться чекати ще одну хвилину. Коли ж світлофор знову стане зеленим, то ми повернемось в стан перед тим, як Сакурако вирішила не переходити на зелений колір.

*під словом "стан" мається на увазі кольори всіх світлофорів та позиція Сакурако.

Якщо ця умова правдива, то оптимальний час, за який Сакурако пройде всі пішохідні переходи, не буде більшим за $2n$.

Через це обмеження на максимальну кількість ходів ми можемо просимулювати рух Сакурако:

- якщо наступний світлофор червоний в момент часу, коли ми до нього підійшли, то ми очікуємо 1 хвилину і потім пересуваємось вперед, витрачаючи ще одну хвилину.
- якщо зелений, то пересуваємось вперед, витрачаючи на це одну хвилину

Для визначення, чи світлофор червоний, чи зелений в момент часу x, ми можемо скористатись тим, що кожен світлофор буде незалежно циклічно змінювати свій колір.

Сумарний час роботи рішення $O(n)$.

Задача F. Красивий рядок

Автор: **Ціцей Павло, Тимкович Олександр**
Підготували: **Ціцей Павло**
Розбір: **Ціцей Павло**

Через те, що довжина повинна ділитися на кількість 1 в рядку, то рядок ‘`11`’ буде підходити. Отже, якщо є такий підрядок, то відповідь це просто індекс початку та кінця його. В іншому випадку, між кожною парою ‘`1`’ існує хоча б один ‘`0`’. Тому візьмемо любу пару ‘`1`’, таку що між ними нема ні одного більше ‘`1`’. Тоді якщо довжина буде парна, то ми знайшли відповідь, інакше, завжди буде існувати деякий ‘`0`’ біля цього підрядка, взявши який ми можемо збільшити довжину на 1, а отже і знайти відповідь.

Задача G. Гарний масив

Автор: **Ціцей Павло**
Підготували: **Ціцей Павло**
Розбір: **Ціцей Павло**

Нехай a_i буде відсортована послідовність. Тобто, $a_i \leqslant a_{i+1}$ для всіх $1 \leqslant i \leqslant n-1$. Тоді відповіддю буде послідовність $a_n,\ a_1,\ a_{n-1},\ a_2,\ \ldots$.

Доведення:

Ми будемо доводити це, використовуючи математичну індукцію.

База індукції буде 2 числа. Тоді відповідь це різниця між ними.

Нехай для всіх послідовностей $b_1, b_2, \ldots, b_{n-1}$ це буде правда. Тоді доведемо для послідовності $a_1, a_2, \ldots, a_n$. Ми знаємо, що $a_n - a_1$ буде найбільше серед всіх $a_i - a_j$ для всіх i та j. Тоді, видалимо a_n з послідовності, та ми отримаємо послідовність $b_1, b_2, \ldots, b_{n-1}$, де $b_i = -a_{n-i}$, і тому послідовність залишається відсортованою. Через це $b_i - b_j = a_{n-j} - a_{n-i}$, і тому умова про різні різниці зберігається, і там відповідь буде $b_{n-1}, b_1, b_{n-2}, b_2, \ldots$, що рівно $-a_1, -a_{n-1}, -a_2, -a_{n-2}, \ldots$ тому також підходить послідовність $a_1, a_{n-1}, a_2, a_{n-2}, \ldots$. Через те, що $a_n - a_1$ це найбільша можлива різниця у послідовності, ніде не зустрічається різниця, рівна цій. А тому, ми можемо додати на початок a_n, і тому рішення доведено.

Задача H. Сакурако та Різдвяний масив

Автори: **Фейса Богдан, Тимкович Олександр**
Підготував: **Фейса Богдан**
Розбір: **Фейса Богдан**

Почнемо з того, що нам завжди вигідно змінювати числа лише на ті, які присутні в масиві.

Також розіб’ємо числа масиву на пари: (a_i, a_{n+1-i}) $(1 \leqslant i \leqslant \frac{n}{2})$.

Зафіксуємо число x. Знайдемо відповідь для масиву за умови, що число x повинно зустрічатись в масиві більше ніж $\dfrac{n}{2}$ разів.

Для того, щоб знайти відповідь для фіксованого числа x, звернемо увагу на те, що кожна пара чисел може бути віднесена до однієї з 4 категорій:

1. (x, x) (обидва числа з пари рівні x)
2. (x, a) або (a, x) (рівно одне число з пари рівне x)
3. (a, a) (числа в парі однакові, але не рівні x)

4. (a, b) (числа в парі різні й не рівні числу x)

Кожну пару першого типу нам не вигідно змінювати взагалі.

Для досягнення умови $a_i = a_{n+1-i}$ $(1 \leqslant i \leqslant \frac{n}{2})$, в масиві повинні залишитись лише пари типу (x, x) та (a, a).

Кожну пару 2 типу вигідно змінити на пару (x, x).

Кожну пару 4 типу потрібно замінити або на пару типу (a, a) або (x, x). Якщо після замін пар другого типу на перший всього x входить в масив k разів (де $k \leqslant \dfrac{n}{2}$), то нам потрібно ще перетворити пари 4 типу на пари першого типу, якщо навіть після перетворення всіх пар четвертого типу, кількість входжень числа x недостатня, то ми змінюємо пари третього типу на пари першого типу.

Всі перевірки мінімальної кількості змін для фіксованого x можна реалізувати за $O(1)$, перевірка всіх x займе $O(n)$ часу.

Сумарний час роботи рішення $O(n)$.